

**Программа экзамена по математике
для перевода и восстановления
Факультет космических исследований МГУ имени М.В.Ломоносова
3 курс специалитета**

Математический анализ

1. Вещественные числа. Счетность и несчетность. Числовые множества и числовые неравенства.
2. Предел последовательности. Свойства предела последовательности. Число ϵ . Предельные точки. Критерий Коши.
3. Числовые ряды. Критерий Коши, признак сравнения, признак Даламбера.
4. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле. Теорема Римана.
5. Предел функции. Бесконечно малые и большие. O -символика.
6. Непрерывность. Свойства непрерывных функций.
7. Монотонные и обратные функции. Исследование непрерывности и точки разрыва.
8. Элементарные функции. Замечательные пределы и равномерная непрерывность.
9. Дифференцирование функций. Дифференцирование по определению, физические примеры. Правила дифференцирования и производные элементарных функций. Табличное дифференцирование. Производные параметрических, обратных и сложных функций.
10. Применение производной. Производные высших порядков.
11. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья.
12. Ряды Тейлора. Подсчет пределов с использованием рядов Тейлора.
13. Экстремумы функций. Выпуклость и вогнутость. Исследование функций.
14. Первообразная и ее свойства. Табличное интегрирование.
15. Интегрирование по частям и замена переменной в интеграле.
16. Методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование иррациональных выражений. Интегрирование тригонометрических выражений.
17. Определенный интеграл. Критерий Римана. Критерий Лебега. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенных интегралов.
18. Последовательности в \mathbb{R}^n . Предел и непрерывность. Повторные и двойные пределы.
19. Дифференцируемость. Производная по направлению. Дифференцируемость композиции и градиент.
20. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
21. Неявная функция.
22. Экстремум. Условный экстремум. Экстремум с условиями типа неравенств.
23. Двойные интегралы. Повторные интегралы. Подсчет двойных интегралов с помощью повторных.
24. Замена переменных. Геометрические приложения двойного интеграла.
25. Тройные и многократные интегралы. Подсчет с помощью повторных интегралов. Замена переменных.
26. Криволинейные интегралы и их свойства. Криволинейные интегралы первого рода. Геометрические и физические приложения интегралов первого рода.
27. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.
28. Поверхностные интегралы. Формула Стокса и Гаусса-Остроградского. Приложения поверхностных интегралов.
29. Элементы векторного анализа. Потенциальное и соленоидальное векторные поля (лекция). Ротор, градиент. Циркуляция и поток векторного поля.
30. Функциональные ряды. Поточечная сходимость функциональных рядов.
31. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность суммы.
32. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов.
33. Тригонометрический ряд. Разложение функций в ряд Фурье.
34. Признаки поточечной и равномерной сходимости рядов Фурье. Равномерная и абсолютная сходимость рядов Фурье.
35. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру.

36. Несобственные интегралы с параметром. Равномерная сходимость.
37. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру несобственных интегралов.
38. Гамма- и Бета-функции Эйлера. Основные соотношения. Вычисление интегралов с использованием этих функций.
39. Преобразование Фурье. Вычисление преобразований Фурье. Операционное исчисление.

Алгебра и линейная алгебра

1. Системы линейных уравнений, работа с матрицами.
2. Определители. Вычисление определителей.
3. Комплексные числа. Тригонометрическая запись. Решение уравнений.
4. Группы, кольца, поля. Вычеты, многочлены, функции. Отображения. Подгруппы. Факторизация. Идеалы.
5. Абстрактные векторные пространства. Базисы, линейная зависимость векторов. Размерность и базис.
6. Суммы и пересечения подпространств.
7. Двойственное пространство.
8. Билинейные и квадратичные формы.
9. Линейные отображения. Матрицы линейных операторов. Алгебра линейных операторов.
10. Ядро, образ, собственные значения и собственные векторы. Инвариантные подпространства. Жорданова нормальная форма.
11. Евклидовы векторные пространства. Эрмитовы векторные пространства. Комплексификация и овеществление.
12. Процесс ортогонализации. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы.
13. Эрмитовы формы, ортогональность, унитарные матрицы.
14. Канонический вид оператора, приведение формы к главным осям.
15. Изометрии, нормальные операторы. Положительная определенность, полярное разложение.

Теория вероятностей

1. Дискретное вероятностное пространство. Алгебра событий, условная вероятность, сложение и умножение вероятностей.
2. Полная вероятность. Формула Байеса. Повторение испытаний. Предельная теорема. Формулы Лапласа.
3. Дискретная случайная величина. Закон распределения, числовые характеристики, арифметические операции, двумерные с.в., условные з.р. Числовые характеристики.
4. Арифметические операции со с.в.
5. Функция распределения, плотность вероятности, числовые характеристики, основные распределения. Равномерное, нормальное и экспоненциальное распределение.
6. Арифметические операции с непрерывными с.в. Двумерные с.в., условные з.р..
7. Вероятностное пространство в общем виде. Мера и интеграл.
8. Сходимость по распределению, почти наверное, в среднем. по вероятности. Предельные теоремы.

Дискретная математика

1. Правила суммы и произведения в комбинаторике. Размещения и сочетания с повторениями и без повторений, перестановки. Свойства биномиальных коэффициентов. Формула включений-исключений.
2. Функции алгебры логики. Равенство функций. Тожества для элементарных функций. Теорема о разложении функции алгебры логики по переменным.
3. Теорема о совершенной дизъюнктивной нормальной форме. Теорема Жегалкина о представимости функции алгебры логики полиномом. Полные системы.
4. Основные понятия теории графов. Изоморфизм графов. Связность. Деревья.
5. Подсчет неизоморфных, помеченных и корневых деревьев.
6. Планарные графы. Формула Эйлера.

7. Раскраска вершин и ребер. Хроматическое число и хроматический индекс. Раскраска граней плоского графа.
8. Понятие автоматных функций, их представление диаграммой Мура. Информационные деревья.

Теория функций комплексного переменного

1. Комплексная плоскость. Стереографическая проекция. Пути и кривые. Области. Число e .
2. Дробно-линейные отображения. Их свойства.
3. Степени и корни. Функция Жуковского. Обратная функция Жуковского.
4. Экспонента и логарифм. Тригонометрические, гиперболические, обратные тригонометрические, обратные гиперболические функции.
5. Дифференцируемость и голоморфность. Условия Коши-Римана. Теорема Коши о гомотопных путях.
6. Ряды Тейлора. Интегральная формула Коши.
7. Ряды Лорана. Особые точки и нули. Порядок нуля. Классификация особых точек.
8. Вычисление вычетов. Применение вычетов к подсчету интегралов.

Уравнения математической физики

1. Линейные и квазилинейные уравнения первого порядка. Задача Коши. Характеристики.
2. Классификация линейных уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду уравнений с постоянными коэффициентами и уравнений с двумя переменными.
3. Одномерное волновое уравнение. Формула Даламбера и Дюамеля. Метод отражения.
4. Метод Фурье для одномерного волнового уравнения и одномерного уравнения теплопроводности.
5. Формула Пуассона для одномерного и многомерного уравнения теплопроводности.
6. Формула Пуассона и Киркгофа для многомерного волнового уравнения.
7. Уравнение Лапласа и Пуассона. Функция Грина. Метод потенциалов.
8. Гармонические функции и их свойства.